

## H9 Exponentiële verbanden

Havo 5 wiskunde A  
Getal & Ruimte deel 3



### PTA

#### **Wiskunde A Havo 2017**

code	stofomschrijving	periode	weg.	overg	M/S	duur	her	domeinen	cijfer
T1	Het gemiddelde van overhoringen/proefwerken* in schooljaar 2015-2016.	2015/2016	25%		S		N	A, B, C, D en E	
T2	G&R, havo A, deel 1 en 3 hoofdstuk 1 t/m 9. (onder voorbehoud**)	2016.10	25%		S	100 min	J	A, B, C, D en E	
T3	G&R, havo A, deel 1 t/m 3, hoofdstuk 1 t/m 10. (onder voorbehoud**)	2016.12	25%		S	100 min	J	A, B, C, D en E	
T4	G&R, havo A, deel 1 t/m 3, hoofdstuk 1 t/m 11. (onder voorbehoud**)	2017.03/04	25%		S	100 min	J	A, B, C, D en E	

### Huiswerkplanning H9

Op 3 niveaus - Havo 5 wiskunde A

**ROMBOUTS**  
Dat ben jij!

	Les 1	Les 2	Les 3
Basisstof	Opg. 2 t/m 5 en 7, 8 en 9 Blz. 13 t/m 17	Opg. 10, 11, 13, 14, 15 Blz. 17 t/m 20	Opg. 17 t/m 20, 22, 23, 25, 27 Blz. 22 t/m 26
Extra oefening	Voorkennis H9 en opg. 1, 6	Opg. 12	Opg. 16, 21, 24, 26
Verrijking	Examenopgaven: blz. 167 t/m 174 Gemengde opgaven: blz. 210 t/m 214	Examenopgaven: blz. 167 t/m 174 Gemengde opgaven: blz. 210 t/m 214	Examenopgaven: blz. 167 t/m 174 Gemengde opgaven: blz. 210 t/m 214
Uitleg over:	Voorkennis H9 en §9.1: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Procenten en de vermenigvuldigingsfactor</li> <li>• Lineaire groei en exponentiële groei</li> </ul>	§9.1: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tabellen bij exponentiële groei</li> <li>• Grafieken bij exponentiële groei</li> </ul>	§9.2 <ul style="list-style-type: none"> <li>• Groeifactor en groeipercentage</li> <li>• Groeipercentages omzetten naar een andere tijdseenheid</li> </ul>

## Oefenmateriaal examens

[WWW.WISKUNDE-EXAMENS.NL](http://WWW.WISKUNDE-EXAMENS.NL)



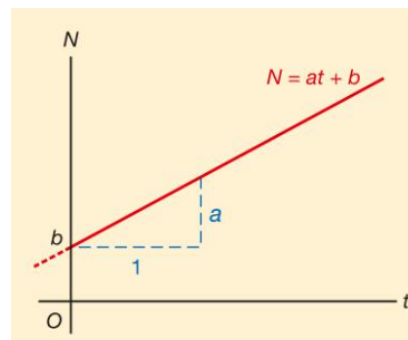
## Voorkennis

- Rekenen met procenten
- Formule van procentuele verandering
- Vermenigvuldigingsfactor
- Procent op procent
- Constante factor
- vuistregels bij procentrekenen

## 9.1: Twee soorten groei

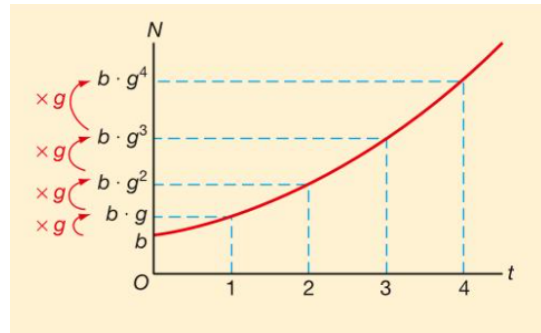
### Lineaire groei:

- Hoeveelheid neemt per tijdseenheid met hetzelfde getal toe
- formule:  $N = at + b$
- grafiek is een rechte lijn



## Exponentiële groei

- De hoeveelheid wordt per tijdseenheid met hetzelfde getal (groeifactor) vermenigvuldigd
- Formule:  $N = b \times g^t$

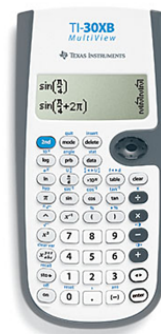


Formule bij exponentieel verband (mavo 4):

$$\text{aantal} = \text{begingetal} \times \text{groeifactor}^{\text{tijd}}$$

'tijd' is de exponent

Dus gebruik:  $\square^{\square}$



## Herhaling: Lineaire groei

### Stappenplan: lineaire formule opstellen

1. Schrijf algemene vorm op:  
bijvoorbeeld:  $l: y = ax + b$  ofwel  $A = at + b$
2. Bereken  $a$  met gegevens en vul  $a$  in.
3. Bereken  $b$  door een gegeven punt in te vullen.
4. Schrijf de juiste lineaire formule op.

Lineaire formule:

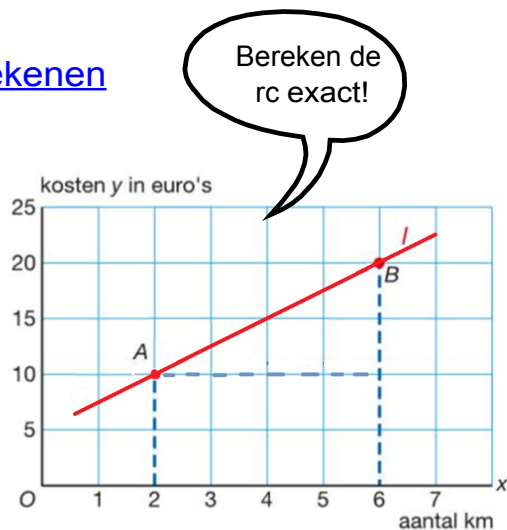
$$l: y = ax + b$$

Startgetal

richtingscoëfficiënt  
ofwel hellingsgetal

### Herhaling: Richtingscoëfficiënt berekenen

$$rc = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$



## Tabellen bij exponentiële groei

LENGTE FIETSPADEN IN NEDERLAND

jaar	1998	2002	2006	2010	2014
aantal km	17 600	21 500	26 200	32 000	39 000

Is hier sprake van exponentiële groei?

HOE CONTROLEREN?

### Werkschema

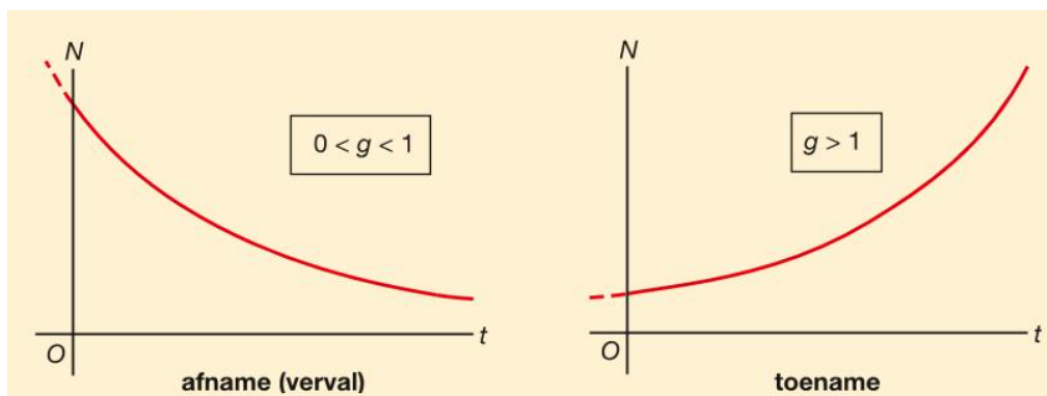
Herkennen van exponentiële groei bij een tabel

1. Bereken voor even lange tijdsintervallen de quotiënten

$$\longrightarrow \frac{\text{aantal aan het eind van het interval}}{\text{aantal aan het begin van het interval}}$$

2. Verschillen de uitkomsten weinig, dan mag je uitgaan van exponentiële groei.

## Grafieken bij exponentiële groei



### VOORKENNISTOETS

## rekenen met procenten

8 vragen maken in maximaal 8 minuten

Groefactor  $\longleftrightarrow$  groeipercentage

groefactor	groeipercentage
	toename van 3,5%
0,1042	
	afname van 12,5%
0,905	



Voorbeeld

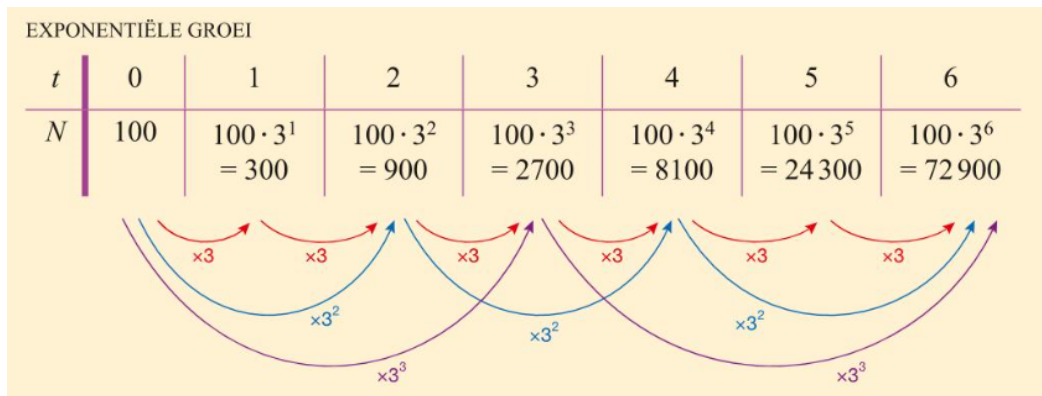
In 2012 zijn er 1200 zeeleeuwen in een kolonie. Dit aantal neemt jaarlijks in aantal met 8,5% af.



- Stel de formule op.
- In welk jaar zijn er nog ongeveer 700 zeeleeuwen?



## Groeipercentages omzetten naar andere tijdseenheid



opgave

Welke berekening wordt hier gemaakt?

$$g_{\text{dag}} = 1,2$$

$$g_{12 \text{ uur}} = (1,2)^{\frac{1}{2}}$$

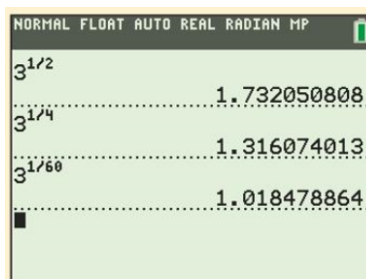
$$g_{\text{week}} = (1,2)^7$$

opgave

De groeifactor per uur is 3.

Kortweg:  $g_{\text{uur}} = 3$


Naar welke tijdseenheid wordt de groeifactor omgerekend?



### Voorbeeld

Een hoeveelheid neemt per zes uur met 18% toe.

- a Hoeveel procent is de toename per dag?
- b Hoeveel procent is de toename per uur?



Let op  
notatie van  
uitwerking

### Verdubbelingstijd

Bij exponentiële groei is de tijdsduur die nodig is voor verdubbeling van een hoeveelheid.

Bij exponentiële groei met groefactor  $g$  vind je de verdubbelingstijd door de vergelijking  $g^t = 2$  op te lossen.

### Voorbeeld 1

Een populatie neemt jaarlijks met 8,3% toe.  
Bereken de verdubbelingstijd. Geef je antwoord in maanden.

### Voorbeeld 2

Een hoeveelheid verdubbelt elke 30 jaar.  
Bereken de groeifactor per jaar. Rond af op drie decimalen.

### Voorbeeld 3

formule:

$$\text{aantal} = 150 \times 1,12^t$$

Aantal hazen in een natuurgebied met t is tijd in jaren.

t = 0 op 1 jan 2010

In welk jaar zijn dubbel zoveel hazen in het gebied?



## Halveringstijd

De halveringstijd bij exponentiële groei is de tijdsduur waarin de hoeveelheid gehalveerd wordt.

Is de groeifactor  $g$ , dan vind je de halveringstijd door de vergelijking  $g^t = 0,5$  op te lossen.

## Berekeningen met de vermenigvuldigingsfactor

### Voorbeeld 1

- In Nederland is 1 op de 73 dagen tropisch ( $>30$  graden).
- 6% van de dagen in Nederland is zomers ( $>25$  graden).

Hoeveel procent van de zomerse dagen is tropisch?



Voorbeeld 2

- Van een diersoort overleeft 60% het eerste jaar.
- Zowel in het 2e als 3e jaar overleeft 90%
- Het 4e t/m het 10 jaar overleeft steeds hetzelfde percentage.
- Na 10 jaar is er nog 20% in leven.



Welk percentage hoort bij het 4e t/m het 10e jaar?

Formule opstellen bij exponentiële groei

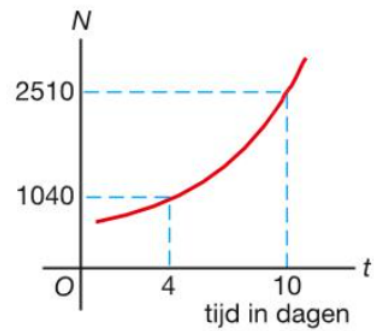
Situatie: twee tijdstippen zijn bekend

Door in een nieuwe wet uit 2010 met als doel het antibiotica gebruik te verminderen. Daalde vanaf 2010 het gebruik exponentieel.

In 2012 werd 0,110 gram antibiotica per kilogram levend gewicht vee gebruikt. In 2015 was dit afgenomen tot 0,059 gram per kilogram.

Stel de formule op met A het antibioticagebruik per kilogram en t de tijd in jaren met  $t=0$  in 2010.

Stel de formule op bij de exponentiële groei.



Stappenplan: exponentiële formule opstellen

1. Schrijf algemene vorm op:  $N = b \times g^t$
2. Bereken  $g$  met twee coördinaten en vul  $g$  in.
3. Bereken  $b$  door een gegeven punt in te vullen.
4. Schrijf de juiste exponentiële formule op.

**LET OP** NIET alle exponentiële verbanden bevatten de variabele 'tijd'!

Een voorbeeld:

$$I = 100 \times 0,707^d$$

Hier is I intensiteit en d de dikte in mm.

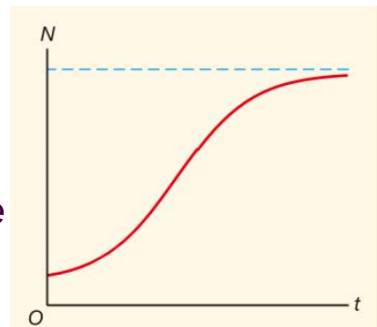
### Exponentieel groei en werkelijkheid

grenswaarde = verzadigingsniveau

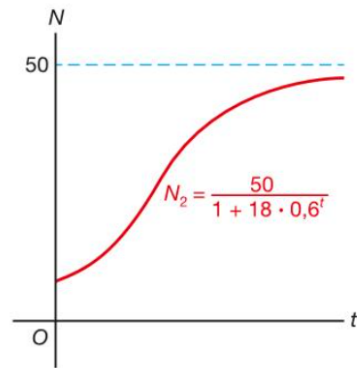
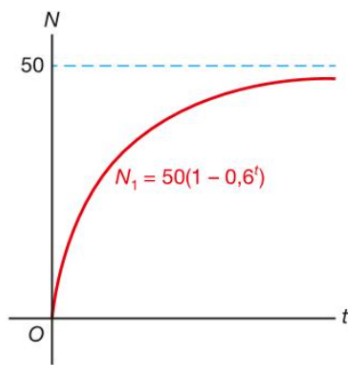
*Fruitvliegjes in een afgesloten ruimte*

*De groei van een zonnebloem*

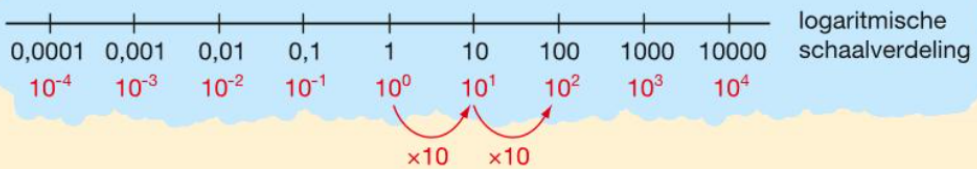
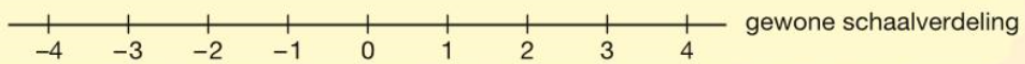
*Vissen in een vijver*



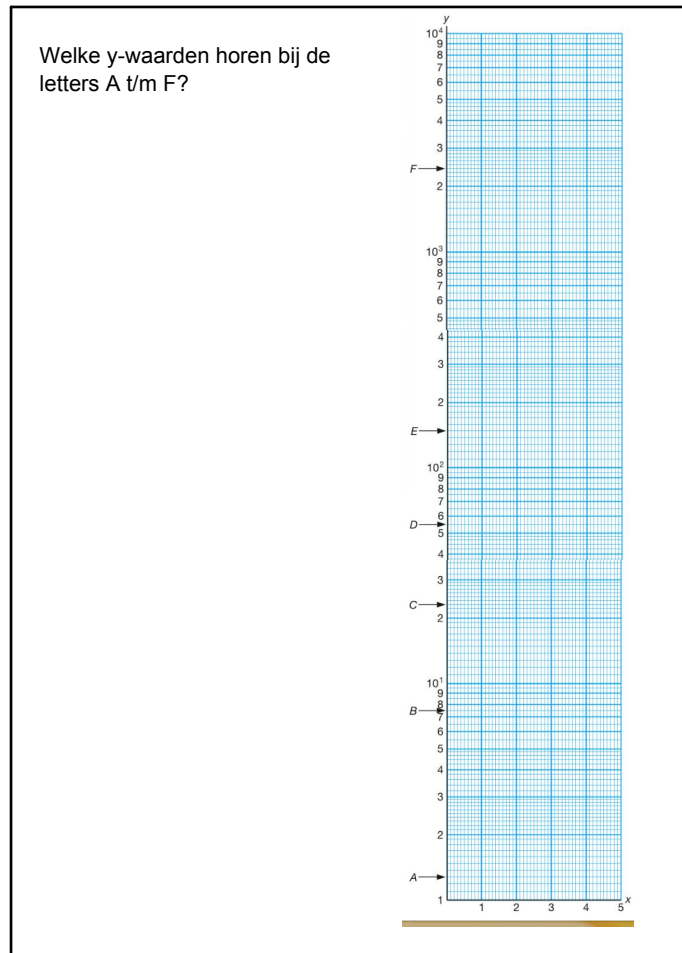
## Verzadigingsniveau



## Logaritmische schaalverdeling

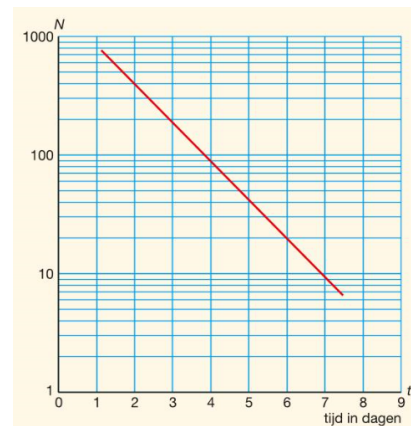






Bij een rechte lijn op logaritmisch papier hoort exponentiele groei, dus een formule van de vorm:

$$N = b \times g^t$$



## Formule opstellen bij rechte lijn op logaritmisch papier:

Zoek twee  
"mooie" punten  
op de  
grafiek!

